

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ТГПУ)**

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

---

“ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б.2.01 МАТЕМАТИКА**

Трудоемкость (в зачетных единицах): 15

Направление подготовки: 230400.62 *«Информационные системы и технологии»*

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

## 1. Цели изучения дисциплины.

Целью курса математика является изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов расчёта, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

В задачи курса математика входят: развитие алгоритмического и логического мышления студентов, овладение методами исследования и решения математических задач, выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

## 2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы.

Программа дисциплины «Математика» составлена в соответствии с учебным планом и Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 230400.62 «Информационные системы и технологии».

Математика относится к базовой части дисциплин математического и естественнонаучного цикла. Для изучения курса математики необходимо твердое знание студентами базового курса математики средней школы и курса «Алгебра и геометрия».

Математика является одним из основных курсов, формирующих математическое образование студентов физико-математического факультета. Методы математики анализа лежат в основе всех физических и математических дисциплин, изучаемых на физико-математическом факультете. Данная дисциплина призвана дать студентам математический аппарат, который будет использоваться в дальнейшем при изучении дисциплин базового цикла, а также при изучении дисциплин профессионального цикла, в учебно-исследовательской и научно-исследовательской работе.

## 3. Требования к уровню освоения программы.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения (ОК-1);

понимание значимости своей будущей профессии, обладание мотивацией к выполнению профессиональной деятельности (ОК-3);

готовность использовать основные законы естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10);

способность разрабатывать средства реализации информационных технологий (методические, информационные, математические, алгоритмические, технические и программные) (ПК-12);

готовность использовать математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований (ПК-26).

В результате изучения дисциплины студент должен:

*Знать:* основные понятия и методы математики используемых при изучении общетеоретических и специальных дисциплин.

*Уметь:* применять математические методы для решения практических задач, использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и

систематизации информации по теме исследования и пользоваться при необходимости математической литературой.

*Владеть:* методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления, основами математического моделирования прикладных задач, решаемых аналитическими методами.

#### 4. Общая трудоемкость дисциплины 15 зачетных единиц и виды учебной работы.

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Распределение по семестрам (в соответствии с учебным планом) (час)		
		1 семестр	2 семестр	3 семестр
Аудиторные занятия	236	72	72	72
Лекции	118	36	36	36
Практические занятия (ПЗ)	118	36	36	36
Семинары (С)				
Лабораторные работы (ЛР)				
Другие виды аудиторных работ				
Другие виды работ				
Самостоятельная работа (СР)	250	83	83	84
Занятия в интерактивной форме	26	8	8	10
Курсовой проект (работы)				
Рефераты				
Расчетно-графические работы				
Формы текущего контроля	54	24	6	24
Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом	54	Экзамен 24	Зачет 6	Экзамен 24

#### 5. Содержание программы учебной дисциплины.

##### 5.1. Содержание учебной дисциплины

##### 1 семестр

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Аудиторные часы					Самостоятельн. работа
		Всего	Лекции	Практические (семинары)	Лабораторные работы	В т.ч. интерактивные формы обучения.	
1.	Вещественные числа	2	2				8
2.	Функции и их свойства.	8	4	4		2	15
3.	Теория пределов.	24	12	12		2	20
4.	Производная и дифференциал.	28	12	16		2	20

5.	Исследование функций.	10	6	4		2	20
	Итого:	72/2 зач.ед.	36	36		8	83

2 семестр

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Аудиторные часы					Самостоят. работа
		Всего	Лекции	Практические (семинары)	Лабораторные	В т.ч. интерактивные формы обучения	
6.	Неопределенный интеграл.	18	8	10		-	12
7.	Определенный интеграл	18	10	8		2	20
8.	Приложения определенного интеграла.	8	4	4		2	10
9.	Функции нескольких переменных	4	2	2		-	10
10.	Теория предела функции нескольких переменных.	6	4	2		2	11
11.	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	18	8	10		2	20
	Итого:	72/2 зач.ед	36	36		8	83

3 семестр

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Аудиторные часы					Самостоят. работа
		Всего	Лекции	Практические (семинары)	Лабораторные	В т.ч. интерактивные формы обучения.	
12.	Числовые ряды	8	4	4		2	12
13.	Функциональные ряды.	8	4	4		2	12
14.	Ряды Фурье.	8	4	4		2	12
15.	Криволинейные интегралы.	12	6	6		2	12

16.	Двойной интеграл.	10	4	6		2	6
17.	Площадь поверхности и поверхностные интегралы.	8	4	4		-	6
18.	Тройной интеграл.	8	4	4		-	8
19.	Элементы теории поля.	10	6	4		-	12
	Итого:	72/2 зач.ед	36	36		10	84

### 5.2. Содержание разделов дисциплины.

- 1. Вещественные числа:* Рациональные числа и их свойства. Аксиомы Архимеда. Иррациональные числа. Сечения Дедекинда. Вещественные числа. Свойства вещественных чисел. Числовые грани числового множества. Верхняя и нижняя грани числового множества. Существование верхней и нижней грани у ограниченного множества.
- 2. Функции и их свойства:* Общее определение функции. График функции. Способы задания функции. Элементарные функции. Сложная функция. Обратная функция. Последовательность как функция натурального аргумента. Классификация функций.
- 3. Теория пределов:* Непрерывность функции. Замечательные пределы: Задачи, приводящие к понятию предела последовательности. Примеры из школьной математики. Определение предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Сходимость монотонной и ограниченной последовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Предел функции. Два определения предела функции. Свойства предела. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Свойства функции, имеющей предел. Бесконечно малые функции, их сравнение. Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Непрерывность монотонной функции. Непрерывность рациональных, тригонометрических функций. Точки разрыва. Точки разрыва монотонной функции. Ограниченность и существование наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной на отрезке. Равномерная непрерывность функции.
- 4. Производная и дифференциал:* Задачи, приводящие к понятию производной. Правило вычисления производной. Таблица производных. Геометрический смысл производной. Свойства производной. Дифференциал и его геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков. Параметрически заданные кривые и функции и их дифференцирование. Тема производной в школьном курсе математики. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора и ее применение в приближенных вычислениях.
- 5. Исследование функций:* Признаки постоянства, возрастания, убывания функции. Максимум и минимум функции. Признаки экстремума. Выпуклые функции. Точки перегиба. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.
- 6. Неопределенный интеграл.:* Задачи восстановления функции по ее производной. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Таблица основных

интегралов. Свойства неопределенного интеграла. Интегрирование заменой переменной и по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных и трансцендентных функций.

7. *Определенный интеграл*: Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегрируемость функции и определенный интеграл. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл в школьном курсе математики.
8. *Приложения определенного интеграла*: Квадрируемость плоской фигуры и ее площадь. Свойства квадрируемых фигур. Вычисление площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора заданного в полярных координатах. Спрямоугольная дуга и ее длина. Вычисление объема и площади поверхности тела вращения. Вычисление длины дуги гладкой кривой. Несобственные интегралы.
9. *Функции нескольких переменных*:  $N$ -мерное действительное пространство. Расстояние между точками в  $R$ . Неравенство Коши. Неравенство треугольника в  $R$ . Параллелепипед и шар в  $R$ . Окрестность точки в  $R$ . Понятие внутренней, предельной, внешней и граничной точек множества в  $R$ . Замкнутые и открытые множества. Понятие отрезка и ломаной в  $R$ . Связное множество. Область и замкнутая область. Определение ФНП. Способы задания ФНП. Область определения и множество значений ФНП. График ФНП.
10. *Теория предела для функции нескольких переменных*: Последовательность точек в  $R$ . Предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел ФНП. Эквивалентность двух определений предела. Свойства предела. Повторный предел. Теорема о повторном пределе. Непрерывность ФНП. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях.
11. *Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных*: Частные производные. Дифференцируемость. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Дифференциал функции. Производные сложной функции. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Ряд Тейлора для ФНП. Теорема о неявной функции. Экстремум функции нескольких переменных.
12. *Числовые ряды*: Понятие числового ряда и его сходимости. Сумма ряда. Критерий Коши сходимости рядов. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов. Степенные ряды. Гармонический ряд. Абсолютная и условная сходимости рядов. Ряды Лейбница. Признаки сходимости знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
13. *Функциональные ряды*: Понятие функционального ряда и его области сходимости. Равномерная сходимость функциональных рядов. Функциональные свойства суммы ряда. Степенной ряд и его область сходимости. Теорема Абеля. Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства его суммы. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора и ряд Маклорена. Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена. Биномиальный ряд. Логарифмический ряд. Приближенное нахождение значений функций. Приближенное вычисление определенных интегралов. Вычисление пределов с помощью рядов.

14. *Ряды Фурье*: Понятие тригонометрического ряда. Ряды Фурье по ортогональным системам функций. Коэффициенты ряда Фурье. Сходимость рядов Фурье. Теорема Дирихле о разложении периодической функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье непериодической функции. Разложение функции, заданной на отрезке  $[0; \pi]$  в ряд Фурье. Тригонометрический ряд для функции с произвольным периодом  $2l$ . Случай задания функции на промежутке  $[0; l]$ . Применение рядов Фурье. Вычисление сумм числовых рядов с помощью рядов Фурье. Уравнение свободных малых колебаний струны с закрепленными концами. Начальные и граничные условия. Собственные функции и собственные значения задачи.
15. *Криволинейные интегралы*: Криволинейные интегралы первого и второго типов и их свойства. Существование криволинейного интеграла второго типа. Сведение к определенному интегралу. Интеграл по замкнутому контуру. Ориентация плоскости. Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла второго типа. Условие независимости криволинейного интеграла от выбора пути интегрирования. Вычисление первообразной в случае ФНП. Связь между криволинейными интегралами первого и второго типов. Физические приложения и соответствующая интерпретация основных теорем.
16. *Двойной интеграл*: Объем цилиндрического тела. Двумерная интегральная сумма. Двойной интеграл, его свойства. Условия существования и классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла. Формула Грина. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
17. *Площадь поверхности и поверхностные интегралы*: Определение площади кривой поверхности. Поверхностный интеграл первого типа. Сведение к двойному интегралу. Поверхностный интеграл второго типа. Вычисление интеграла второго типа. Формула Стокса.
18. *Тройной интеграл*: Определение тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному. Формула Гаусса-Остроградского. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам.
19. *Элементы теории поля*: Скаляры и векторы. Скалярное и векторное поля. Производная по заданному направлению. Градиент. Поток вектора через поверхность. Формула Остроградского. Дивергенция. Циркуляция вектора. Формула Стокса. Вихрь.

### 5.3 Лабораторный практикум.

Не предусмотрен.

## 6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 6.1. основная литература по дисциплине:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие для вузов/ Г.Н.Берман.- С-Пб: Лань.-2006.
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2 частях/ Г.М. Фихтенгольц. – С-Пб.: Лань, 2006. – Ч. 1.-2002.
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. – С-Пб.: Лань, 2006. – Ч. 2.-2002.

### 6.2 Дополнительная литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для педагогических вузов/И. И. Баврин.-М.:Высшая школа.-2006.
2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебник для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Наука. - 2006.
3. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу:учебное пособие для вузов/Г.И. Запорожец.-СПб.:Лань. - 2009.
4. Ильин, В.А. Математический анализ: учебник : в 2 частях/В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; под ред. А. Н. Тихонова.-М.:Прспект. Ч. 1-2.- 2007.
5. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: учебник для вузов: в 3т./ Л.Д.Кудрявцев. -М.:Высшая школа.- Т.1-3.- 2006.
6. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Текст]:учебник для вузов: в 3 тт./Г. М. Фихтенгольц.-М.:ФИЗМАТЛИТ. Т. 3.-2008.
7. Шипачев, В.С. Математический анализ. Теория и практика: учебное пособие для вузов/В. С. Шипачев.-М.:Дрофа.-2006.

### 6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины.

При изучении дисциплины полезно посетить следующие Интернет-ресурсы, электронные информационные источники:

<http://libserv.tspu.edu.ru/> - Научная библиотека Томского государственного педагогического университета

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека России

<http://elibrary.ru> – Научная электронная библиотека,

<http://www.lib.msu.su> – научная библиотека Московского государственного университета

<http://www.lib.berkeley.edu/> - список библиотек мира в Сети

<http://ipl.sils.umich.edu> - публичная библиотека Интернет

<http://www.riis.ru> – Международная образовательная ассоциация. Задачи – содействие развитию образования в различных областях

<http://www.knigafund.ru> - Электронно-библиотечная система "КнигаФонд"

Кроме этого в освоении дисциплины студентам помогут:

- библиотечный фонд библиотеки ТГПУ
- рабочая программа по дисциплине
- учебные тексты, предлагаемые студентам в ходе занятия
- научные статьи,
- Федеральный государственный образовательный стандарт,
- учебный план,
- учебно-методический комплекс дисциплины.

### 6.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

№ п/п дисциплины	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов программного обучения	Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов

1.	Введение в математический анализ.	Лекции, презентации, демонстрации, моделирование, коллоквиум	Компьютер , проектор с экраном, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы. Программные продукты: Microsoft Office PowerPoint , <a href="#">Maple</a> , Mathematica, <a href="#">SunRayTestOfficePro</a>
2	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Проблемные лекции, презентации, конструирование, решение задач, тренинг, тестирование, коллоквиум	Компьютер , проектор с экраном, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы. Программные продукты: Microsoft Office PowerPoint , <a href="#">Maple</a> , Mathematica, <a href="#">SunRayTestOfficePro</a>
3	Интегральное исчисление функций одной переменной.	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, коллоквиум, тестирование	Компьютер , проектор с экраном, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы. Программные продукты: Microsoft Office PowerPoint , <a href="#">Maple</a> , Mathematica, <a href="#">SunRayTestOfficePro</a>
4	Функции нескольких переменных.	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, коллоквиум, тестирование	Компьютер , проектор с экраном, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы. Программные продукты: Microsoft Office PowerPoint , Maple, Mathematica, SunRayTestOfficePro
5	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, коллоквиум, тестирование	Компьютер , проектор с экраном, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы. Программные продукты: Microsoft Office PowerPoint , Maple, Mathematica, SunRayTestOfficePro
6	Интегральное исчисление функции нескольких переменных.	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, коллоквиум, тестирование	Компьютер , проектор с экраном, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы. Программные продукты: Microsoft Office PowerPoint , Maple, Mathematica, SunRayTestOfficePro

7	Теория рядов.	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, коллоквиум, тестирование	Компьютер , проектор с экраном, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы. Программные продукты: Microsoft Office PowerPoint , Maple, Mathematica, SunRayTestOfficePro
---	---------------	--	---

## 7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

### 7.1 Методические рекомендации преподавателю:

1. Изучив глубоко содержание учебной дисциплины, целесообразно разработать матрицу наиболее предпочтительных методов обучения и форм самостоятельной работы студентов, адекватных видам лекционных и практических занятий.

2. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень.

3. В начале семестра желательно обсудить со студентами форму самостоятельной работы, обсудить критерий ее оценивания. Пакет заданий для самостоятельной работы можно выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей.

1. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

2. Вузовская лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

-изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;

-логичность, четкость и ясность в изложении материала;

-возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;

-опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;

-тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в вузе, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй – на 30-35-й минутах. В профессиональном общении исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

Внедрение интерактивных форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Учебный процесс, опирающийся на использование интерактивных методов обучения, организуется с учетом включенности в процесс познания всех студентов группы без исключения. Совместная деятельность означает, что каждый вносит свой особый индивидуальный вклад, в ходе работы идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Организуются индивидуальная, парная и групповая работа, используется проектная

работа, осуществляется работа с различными источниками информации. Интерактивные методы основаны на принципах взаимодействия, активности обучаемых, опоре на групповой опыт, обязательной обратной связи. Создается среда образовательного общения, которая характеризуется открытостью, взаимодействием участников, равенством их аргументов, накоплением совместного знания, возможностью взаимной оценки и контроля. Виды таких занятий могут быть разнообразны: обсуждение студентами проектов курсовых работ, рефератов, разбор нестандартных задач, проектно-исследовательская деятельность с защитой работ и т.д. В рамках данного курса возможны подготовленные встречи с ведущими преподавателя ТГПУ и других университетов, а также встречи с ведущими учеными с обсуждением актуальных вопросов современной математики, решением нестандартных задач.

При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

Рекомендации к изучению отдельных тем курса:

*«Функции и их свойства»*: особое внимание следует обратить на построение и преобразование графиков функций, на применение функций в прикладных задачах;

*«Теория пределов»*: особое внимание следует обратить на рекуррентную последовательность, ее предел, понятия о неопределенностях, понятие бесконечно малых и бесконечно больших функций, вычисление их предела и на использование замечательных пределов для раскрытия различных типов неопределенностей; в основном пробел в изучении этой темы состоит в понятии таких фраз как «предел», «бесконечность», «почему нужно по заданному  $\varepsilon$  находить соответствующее значение  $\delta$ , а не наоборот; затрудняет в ряде случаев процесс отыскания  $\delta$  по заданному значению  $\varepsilon$ » и вообще зачем это надо и как это можно представить. Кроме того геометрически проиллюстрировать связь « $\varepsilon$  и  $\delta$ » (эпсилон и дельта) довольно сложно.

*«Производная и дифференциал»*: особое внимание следует обратить на понятие непрерывности функции, чаще всего возникают у студентов трудности при изучении равномерной непрерывности, на определении которой следует остановиться подробнее, разобрать основное отличие непрерывности и равномерной непрерывности, следует обратить внимание на дифференцирование сложных функций, степенно-показательных, логарифмических, неявных и параметрически заданных, а также на раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя, основные теоремы дифференцирования, приложения дифференциального исчисления;

*«Исследование функций»*: особое внимание следует обратить на построение графика функции по полученным в ходе исследования данным;

*«Неопределенный интеграл»*: необходимо добиваться четкого понимания студентами смысла первообразной функции и знания свойств неопределенного интеграла. Для нахождения первообразной функции советуем помнить об основной цели – приведении подинтегральной функции к элементарному виду. Объясняя метод замены переменной проводим аналогию с нахождением производной функции со сложным аргументом. Предлагаем озвучить подинтегральную функцию, чтобы посредством голоса выделить вид функции и правильно определить сложный аргумент, который следует выбрать в качестве замены переменной. Обращаем особое внимание на то, что в результате замены переменной подинтегральное выражение должно содержать только одну переменную.

*«Определенный интеграл»*: особое внимание следует обратить на задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, методы вычисления определенных интегралов, необходимо обратить особое внимание студентов на отличие определенного интеграла от неопределенного и на начальном этапе на простых примерах отработать формулу Ньютона-Лейбница;

«*Приложения определенного интеграла*»: особое внимание следует обратить на вычисление площади криволинейной трапеции, длины дуги плоской линии, объема тела вращения;

«*Функции нескольких переменных*» и «Теория предела функции нескольких переменных»: особое внимание следует обратить на понятие области определения функции нескольких переменных, вычисление двойных и повторных пределов; преподаватель должен ввести и пояснить определение функции нескольких переменных. Здесь важно подчеркнуть значимость математического подхода к описанию различных процессов, происходящих в природе. Полезно отметить, что различные физические величины обозначаются определенными символами латинского алфавита, а функциональная зависимость между ними устанавливается на основе наблюдений и измерений этих величин. Таким образом, любой физический закон представляет собой функцию нескольких переменных. Важно научить студентов по виду функциональной зависимости определять эти независимые переменные, обозначенные разными символами.

«*Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных*»: особое внимание следует обратить на частные производные сложных и неявных функций, частные производные высших порядков, экстремум функции двух переменных, функции нескольких переменных в прикладных задачах; рекомендуем отрабатывать навыки нахождения дифференциала функции нескольких переменных на примерах физических формул, что дает возможность использования математических знаний не только при изучении физики, но и других естественных наук, которые изучают различные процессы, происходящие во времени и в пространстве. Эти навыки студенты впервые начинают использовать для вычисления погрешностей косвенных измерений при выполнении работ лабораторного практикума по физике.

«*Числовые ряды*»: особое внимание следует обратить на основные признаки сходимости знакоположительных числовых рядов, на абсолютную и условную сходимость знакопеременяющихся рядов, вычисление сумм числовых рядов;

«*Функциональные ряды*»: особое внимание следует обратить на признаки сходимости функциональных и степенных рядов, формулы Даламбера-Адамара и Коши-Адамара, на разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена, приближенные вычисления значений функции с помощью разложения ее в ряд;

«*Ряды Фурье*»: особое внимание следует обратить на понятие тригонометрического ряда, коэффициенты ряда Фурье, сходимость рядов Фурье, теорему Дирихле, разложение в ряд Фурье непериодической функции, разложение функций в ряд Фурье, применение рядов Фурье и вычисление сумм числовых рядов с помощью рядов Фурье;

«*Криволинейные интегралы*»: особое внимание следует обратить на вычисление криволинейных интегралов первого и второго, интеграл по замкнутому контуру, вычисление площади с помощью криволинейного интеграла второго типа, условие независимости криволинейного интеграла от выбора пути интегрирования, связь между криволинейными интегралами первого и второго типов, приложения криволинейных интегралов;

«*Двойные интегралы*»: особое внимание следует обратить на понятие двумерной интегральной суммы, свойства, условия существования и классы интегрируемых функций, формулу Грина, замену переменных в двойном интеграле, двойной интеграл в полярных координатах, приложения двойного интеграла;

«*Площадь поверхности и поверхностные интегралы*»: особое внимание следует обратить на понятие площади кривой поверхности, сведение поверхностного интеграла первого типа к двойному интегралу, формулу Стокса;

«Тройной интеграл»: особое внимание следует обратить на метод сведения тройного интеграла к повторному, формулу Гаусса-Остроградского, переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле, приложения тройного интеграла;

«Элементы теории поля»: особое внимание следует обратить на понятия скалярного и векторного поля, производной по заданному направлению, градиента, потока вектора через поверхность, формулу Остроградского, дивергенцию, циркуляцию вектора, формулу Стокса, вихрь. Приложения элементов теории поля.

Преподаватель должен рекомендовать студентам изучать разделы дисциплины путем прослушивания и конспектирования лекций и материалов практических занятий, а также путем самостоятельной работы с рекомендуемой учебной основной и дополнительной литературой, при необходимости использовать методические пособия и рекомендации, разработанные преподавателями кафедры математического анализа и дополнительные электронные ресурсы, представленные в научной библиотеке ТГПУ. Преподавателям рекомендуется использовать дополнительную методическую литературу, в частности: Куваев М.Р. Методика преподавания математики в вузе./ Под ред. Н.Ф.Пестовой.- Томск: Изд-во ТГУ.-1990.

### 7.2 Методические рекомендации для студентов.

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры математического анализа ТГПУ для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя является глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к выполнению семестрового задания, к сдаче экзамена, овладение профессиональными умениями и навыками деятельности, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Для успешной подготовки и сдачи экзамена необходимо проделать следующую работу:

1. Изучить теоретический материал, относящийся к каждому из разделов.
2. Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
3. Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

Дополнительная литература для более детального изучения тем дисциплины:

Темы 1-3: [Морозова В.Д. Введение в анализ](#): учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.- 1996.

Темы 4-8: [Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления](#): уч. пособие. /Н.С.Пискунов. - М.: Наука.- 1985.; [Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа](#): учебное пособие для вузов./ А.М.Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. — М.: ФИЗМАТ-ЛИТ.- 2001.; [Гурова З.И., Каролинская С.Н. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами](#) /Под ред. Кибзуна А.И. - М.: Физматлит.- 2002.

Темы 8-11: [Бахтизин Р.Н. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных](#): методические указания для студентов./ Р.Н.Бахтизин. – Уфа: Издательство УГНТУ.-2007.; [Канатников А.Н. Дифференциальное исчисление функций многих](#)

переменных: учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.- 2000.;

Темы 12-14: Ляшко И.И., Боярчук А.К. Математический анализ: ряды, функции векторного аргумента: учебное пособие по высшей математике./И.И.Ляшко, А.К. Боярчук. - М.: Едиториал УРСС.- 2003.; Виленкин Н.Я. Ряды. /Н.Я.Виленкин.- М., Просвещение.- 1982.

Темы 15-19: Булатов В.М. Тройной интеграл: методические указания для студентов/ В.М.Булатов. - Ульяновск: УлГТУ.- 1997.; Гаврилов В.Р. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля: учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - 2-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.- 2003.

## 8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

### 8.1. Тематика рефератов:

1. Число  $e$
2. Обратные функции и их свойства
3. Гиперболические функции.
4. Неявные функции.
5. Основные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов.
6. Необходимый и достаточный признаки сходимости знакочередующихся рядов (теорема Лейбница).
7. Признаки сравнения рядов (мажорантный ряд).
8. Функциональные ряды
9. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.
10. Степенные ряды.
11. Ряд Тейлора и Маклорена.
12. Остаточный член ряда в форме Лагранжа и Пеано.

### 8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы:

#### 1 семестр

1. Определение предела последовательности.
2. Число  $e$ .
3. Сравнение бесконечно малых.
4. Элементарные функции и их свойства.
5. Производная в школьном курсе математики.
6. Полное исследование функции и построение графика.
7. Гиперболические функции. Основные формулы гиперболической тригонометрии.
8. Дифференцирование и интегрирование гиперболических функций.
9. Метод Остроградского.
10. Вычислить пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$а) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}, б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}, в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2x}.$$

11. Вычислить производную  $y'_x$ .

$$а) y = \ln \arcsin \sqrt{1 - x^2}, б) y = x^{\operatorname{tg} x}, в) 2^x + 2^y = 2^{x+y}.$$

12. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию  $y = \frac{e^x}{x}$ , и построить её график.

13. Вычислить неопределённые интегралы.

$$а) \int (4 - 16x) \sin 4x dx, б) \int \frac{x^3 - 17}{x^2 - 4x + 3} dx, в) \int \cos^4 3x dx.$$

#### 2 семестр

1. Приближенные вычисления определенных интегралов: 1). формула прямоугольников. 2). формула трапеций. 3). параболическое интерполирование. Формула Симпсона.
2. Замена переменных в определенном интеграле.
3. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
4. Физические приложения определенного интеграла.
5. Геометрический смысл полного дифференциала.
6. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
7. Производная по направлению. Градиент.
8. Неявные функции.
9. Исследование функции нескольких переменных на экстремум.
10. Для функции  $z = \ln(x + e^{-y})$  найти: а)  $\text{grad } z$  в точке  $A(1;0)$ , б) производную функции в направлении  $AB$ , если  $B(2;3)$ .
11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ ; в замкнутой области  $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ .

12. Вычислить несобственный интеграл  $\int_{-2}^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+3}}$  или доказать его расходимость.

13. Сделать чертёж и вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями:  $3x^2 - 4y = 0, 2x - 4y + 1 = 0$ .

### 3 семестр

1. Исследование на сходимость гармонических рядов.
2. Свойства сходящихся рядов.
3. Умножение рядов.
4. Оценки сумм рядов.
5. Алгоритм разложения функции в ряд Маклорена.
6. Применение рядов в приближенных вычислениях.
7. Вычисление сумм числовых рядов с помощью рядов Фурье.
8. Применение рядов Фурье к решению простейших дифференциальных уравнений.
9. Задача о вычислении массы тела.
10. Площадь поверхности и поверхностные интегралы.
11. Тройной интеграл.
12. Замена переменных в тройном интеграле.
13. Приложения кратных интегралов.
14. Дивергенция.
15. Циркуляция вектора. Вихрь.

16. Исследовать сходимость числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{\sqrt[3]{3^n}}$ .

17. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!} x^n$ .

### *8.3. Вопросы для самопроверки.*

#### 1 семестр

4. Понятие отображения и функции.
5. Предел функции.
6. Теоремы о пределах.
7. Бесконечно малая последовательность.
8. Предел числовой последовательности. Критерий сходимости.
9. Критерий сходимости функции.
10. Замечательные пределы.
11. Односторонние пределы.
12. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций.
13. Равномерная непрерывность.
14. Понятие производной. Её механический и геометрический смысл.

15. Производная элементарных функций.
16. Правила дифференцирования.
17. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование.
18. Односторонние производные.
19. Производные высших порядков.
20. Дифференциал. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
21. Некоторые приближенные формулы.
22. Дифференциалы высших порядков.
23. Теоремы о средних значениях.
24. Правило Лопиталя.
25. Условие постоянства и монотонности функции. Экстремумы функции.
26. Выпуклость функции и точки перегиба. Асимптоты.
27. Определение первообразной и неопределенного интеграла.
28. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.
29. Основные методы интегрирования.
30. Интегрирование рациональных функций.
31. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.
32. Подстановки Эйлера.
33. Интеграл от дифференциального бинома.
34. Интегрирование тригонометрических функций.

## 2 семестр

1. Определенный интеграл Римана.
2. Суммы Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману.
3. Классы интегрируемых по Риману функций.
4. Свойства интеграла Римана. Свойства интегрируемых функций.
5. Интеграл Римана как функция верхнего предела.
6. Основная формула интегрального исчисления.
7. Методы интегрирования в определенном интеграле
8. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.
9. Геометрические приложения определенного интеграла.
10. Определение функции нескольких переменных (ФНП).
11. Предел функции нескольких переменных.
12. Непрерывность ФНП.
13. Частные производные и частные дифференциалы первого порядка.
14. Дифференцируемость ФНП. Полный дифференциал.
15. Производные и дифференциалы сложной функции.
16. Геометрический смысл полного дифференциала.
17. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
18. Производная по направлению. Градиент.
19. Производные и дифференциалы высших порядков.
20. Формула Тейлора для ФНП.
21. Экстремумы ФНП
22. Неявные функции

## 3 семестр

1. Понятие числового ряда и его сходимости
2. Критерий сходимости числового ряда.
3. Свойства сходящихся рядов.
4. Понятие абсолютной и условной сходимости рядов
5. Ряд Лейбница и признак его сходимости.
6. Понятие функционального ряда и его области сходимости.
7. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
8. Почленное дифференцирование и интегрирование функционального ряда.

9. Разложение функции в ряд Маклорена
10. Биномиальный ряд и его сходимость.
11. Понятие тригонометрического ряда. Коэффициенты ряда Фурье
12. Основная теорема о разложении заданной функции в ряд Фурье.
13. Разложение функции в ряд Фурье
14. Криволинейный интеграл 1 и 2 рода.
15. Двойной интеграл. Замена переменных в двойном интеграле. Формула Грина.
16. Площадь поверхности и поверхностные интегралы.
17. Тройной интеграл. Замена переменных в тройном интеграле.
18. Приложения кратных интегралов
19. Скалярное и векторное поля.
20. Производная по заданному направлению. Градиент.
21. Поток вектора через поверхность. Формула Остроградского.
22. Дивергенция. Циркуляция вектора. Формула Стокса. Вихрь.

#### 8.4 Примеры тестов.

##### Вариант 1

1. Вычислить пределы, не пользуясь правилом Лопиталя.

$$а) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}, б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}, в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{1+x} \right)^x.$$

Варианты ответов:

а) 1) 0,3; 2) 0,1; 3) 0,4; 4) 0,7.

б) 1)  $\frac{5}{3}$ ; 2)  $\frac{4}{3}$ ; 3)  $\frac{5}{2}$ ; 4)  $\frac{4}{5}$ .

в) 1)  $e^{-2}$ ; 2)  $e^{-1}$ ; 3)  $e$ ; 4)  $e^2$ .

2. Вычислить производную  $u_x$ .

а)  $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$ , б)  $y = x^{x^2}$ , в)  $x = a \cos t, y = b \sin t$ .

Варианты ответов:

а) 1)  $\frac{\sin x + \cos x + x(\sin x - \cos x)}{1 + \sin 2x}$ , 2)  $\frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin 2x}$ , 3)  $\frac{\sin x - \cos x + (\sin x + \cos x)}{1 + \sin 2x}$ , 4)  $\frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin 2x}$ .

б) 1)  $x^{x^2} (2 \ln x + 1)$ , 2)  $x^{x^2+1} (2 \ln x + 1)$ , 3)  $2x^{x^2} \ln x$ , 4)  $x^{x^2+1} (2 \ln x - 1)$ .

в) 1)  $-\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$ , 2)  $\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$ , 3)  $-\frac{a}{b} \operatorname{ctg} t$ , 4)  $\frac{a}{b} \operatorname{ctg} t$ .

3. Вычислить неопределенные интегралы. а)  $\int x \sin x \, dx$ , б)  $\int \frac{x-1}{x^2+2x} \, dx$ , в)  $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x \, dx$ .

Варианты ответов:

а) 1)  $-\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + C$ , 2)  $\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + C$ , 3)  $-\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$ ,  
4)  $\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$ .

б) 1)  $C + \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{3}{2} \ln|x+2|$ , 2)  $C - \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{3}{2} \ln|x+2|$ , 3)  $C + \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{3}{2} \ln|x+2|$ ,  
4)  $C - \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{3}{2} \ln|x+2|$ .

в) 1)  $\frac{1}{13} \cos^2 x (3 \cos^2 x - 5) + C$ , 2)  $\frac{1}{13} \cos^2 x (3 \cos^2 x + 5) + C$ ,  
3)  $\frac{1}{13} \cos^2 x (3 \cos^2 x - 5) + C$ , 4)  $\frac{1}{13} \cos^2 x (3 \cos^2 x + 5) + C$ .

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$y^2 = 2x + 1$  и  $x - y - 1 = 0$ .

Варианты ответов:

1)  $\frac{16}{3}$ ; 2)  $\frac{17}{3}$ ; 3)  $\frac{16}{5}$ ; 4)  $\frac{17}{4}$ .

5. Найти экстремумы функции.

$$z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y.$$

Варианты ответов:

1)  $z_{\max} = 9$ ; 2)  $z_{\min} = -9$ ; 3)  $z_{\min} = -7$ ; 4)  $z_{\max} = 5$ .

6. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot x^n.$$

Варианты ответов:

1)  $(-1;1)$ ; 2)  $[-1;1]$ ; 3)  $[-1;1)$ ; 4)  $(-1;1]$ .

7. Вычислить с помощью рядов с точностью до 0,0001.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{e}}.$$

Варианты ответов:

1) 0,8186; 2) 0,8187; 3) 0,8286; 4) 0,8287.

### Вариант 2

1. Вычислить пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 7x}{5x^2}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{x^2}$ .

Варианты ответов:

а) 1)  $\frac{1}{2}$ ; 2)  $\frac{1}{3}$ ; 3)  $\frac{4}{3}$ ; 4)  $\frac{1}{4}$ .

б) 1) 4,8; 2) 4,9; 3) 4,7; 4) 4,5.

в) 1)  $e^2$ ; 2)  $e$ ; 3)  $e^3$ ; 4)  $e^{-2}$ .

2. Вычислить производную  $u_x$ .

а)  $y = \sqrt{1+2\operatorname{tg}x}$ , б)  $y = (\ln x)^x$ , в)  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = b \sin^3 t$ .

Варианты ответов:

а) 1)  $C + e^{-x}(x+1)$ , 2)  $C - e^{-x}(x+1)$ , 3)  $C + e^{-x}(x-1)$ , 4)  $C - e^{-x}(x-1)$ .

б) 1)  $\frac{5}{6} \ln|x-3| + \frac{1}{4} \ln|x+1| + C$ , 2)  $-\frac{5}{6} \ln|x-3| + \frac{1}{4} \ln|x+1| + C$ , 3)  $\frac{5}{6} \ln|x-3| - \frac{1}{4} \ln|x+1| + C$ ,  
4)  $C - \frac{5}{6} \ln|x-3| - \frac{1}{4} \ln|x+1|$

в) 1)  $\frac{1}{3\cos^3 x} + \frac{1}{\cos x} + C$ , 2)  $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{3\cos^3 x} + C$ , 3)  $\frac{1}{\cos^3 x} - \frac{1}{3\cos x} + C$ , 4)  $\frac{1}{3\cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C$ .

3. Вычислить неопределенные интегралы.

а)  $\int x \cdot e^{-x} dx$ , б)  $\int \frac{x+2}{(x-3)(x+1)} dx$ , в)  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$ .

Варианты ответов:

а) 1)  $\frac{1}{\sqrt{1+2\operatorname{tg}x \cdot \sin^2 x}}$ , 2)  $\frac{1}{\sqrt{1+2\operatorname{tg}x \cdot \cos^2 x}}$ , 3)  $\frac{2}{\sqrt{1+2\operatorname{tg}x \cdot \cos^2 x}}$ , 4)  $\frac{2}{\sqrt{1+2\operatorname{tg}x \cdot \sin^2 x}}$ .

б) 1)  $\ln x \left( \frac{1}{\ln x} + \ln \ln x \right)$ , 2)  $(\ln x)^x \left( \frac{1}{\ln x} + \ln \ln x \right)$ , 3)  $(\ln x)^2 \ln \ln x$ , 4)  $(\ln x)^x \ln \ln x$ .

в) 1)  $\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$ , 2)  $-\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$ , 3)  $\frac{a}{b} \operatorname{tg} t$ , 4)  $-\frac{a}{b} \operatorname{tg} t$ .

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ .

Варианты ответов:

1)  $\frac{2}{3}$ ; 2)  $\frac{1}{3}$ ; 3)  $\frac{1}{4}$ ; 4)  $\frac{2}{5}$ .

5. Найти экстремумы функции.

$$z = \frac{1}{2}xy + (47 - x - y) \cdot \left( \frac{x}{3} + \frac{y}{4} \right)$$

Варианты ответов:

1)  $z_{\max} = 282$ ; 2)  $z_{\max} = 263$ ; 3)  $z_{\min} = 45$ ; 4)  $z_{\min} = 47$ .

6. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot (x-2)^n.$$

Варианты ответов:

1) [1;3]; 2) [1;3); 3) (1;3); 4) (1;3].

7. Вычислить с помощью рядов с точностью до 0,0001.

$\cos 18$ .

Варианты ответов:

1) 0,9510; 2) 0,9512; 3) 0,9513; 4) 0,9511.

### 8.5 Перечень вопросов к экзамену:

#### 1 семестр.

3. Функция. Способы задания функции

4. Свойства функций (монотонность, ограниченность, четность, периодичность)

5. Обратная функция, сложная функция, элементарные функции

6. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.

7. Число  $e$  (вывод формулы  $\left[1 + \frac{1}{n}\right]^n = e$ )

8. Предел функции. Предел функции при  $x \rightarrow \infty$

9. Односторонние пределы

10. Теоремы о пределах (теорема об арифметических операциях над пределами, предел монотонной функции)

11. Предельный переход в неравенствах.

12. Бесконечно-малые и бесконечно-большие функции. Свойства.

13. Сравнение бесконечно-малых и бесконечно-больших функций

14. Первый замечательный предел, следствия из него

15. Лемма о вложенных промежутках

16. Второй замечательный предел, следствия из него

17. Понятие непрерывности функции в точке (3 определения)

18. Точки разрыва

19. Теорема об арифметических действиях над непрерывными функциями

20. Первая теорема Больцано - Коши

21. Вторая теорема Больцано - Коши

22. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности функции непрерывной на отрезке)

23. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных верхней и нижней граней)

24. Теорема о непрерывности композиции непрерывных функций

25. Определение обратной функции. Теорема о непрерывности обратной функции (без доказательства)

26. Определение равномерной непрерывности. Теорема Кантора (без доказательства)

27. Механический смысл производной

28. Геометрический смысл производной

29. Определение производной

30. Производная логарифмической, показательной и степенной функций
31. Производная тригонометрических функций
32. Теорема о производной обратной функции
33. Производная обратных тригонометрических функций
34. Производная произведений функций, производная частного функций (доказательство одного из правил)
35. Производная сложной функции
36. Логарифмическое дифференцирование
37. Производные высших порядков
38. Определение дифференциала, его свойства
39. Связь между дифференцируемостью функции и существованием производной
40. Геометрический смысл дифференциала
41. Инвариантность формы дифференциала первого порядка
42. Параметрическое дифференцирование
43. Теорема Ферма
44. Теорема Ролля
45. Теорема Лагранжа
46. Теорема Коши
47. Правило Лопиталья
48. Условие постоянства функции
49. Условие монотонности функции
50. Экстремумы функции
51. Выпуклость функции, точки перегиба
52. Асимптоты
53. Формула Тейлора
54. Задача, приводящая к понятию неопределенного интеграла
55. Понятие неопределенного интеграла. Свойства
56. Интегрирование элементарных функций
57. Метод интегрирования по частям и метод замены переменной в неопределенном интеграле.
58. Интегрирование рациональных функций.
59. Метод неопределенных коэффициентов
60. Интегрирование простейших рациональных дробей
61. Вычисление интегралов вида:  $\int R(x, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$ ,  $\int R(x, \sqrt[r_1]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \dots, \sqrt[r_s]{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$ ,  
 $\int R(x, \sqrt[r_1]{ax+b}, \dots, \sqrt[r_s]{ax+b}) dx$ ,  $\int R(x, x^{r_1}, \dots, x^{r_s}) dx$
62. Вычисление интегралов вида:  $\int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$ ,  $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx$  (подстановки Эйлера).
63. Тригонометрические подстановки
64. Вычисление интеграла вида:  $\int R(\sin x, \cos x) dx$
65. Вычисление интегралов вида:  $\int \sin^n(ax) \cos^m(bx) dx$ ,  $\int \operatorname{tg}^n x dx$ ,  $\int \operatorname{ctg}^n x dx$
66. Интегралы от дифференциального бинома (подстановки Чебышева), теорема Чебышева

## 2 семестр.

1. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла.
2. Определенный интеграл: определение, геометрический смысл.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману
5. Суммы Дарбу. Геометрический смысл сумм Дарбу

6. Свойства сумм Дарбу
7. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману.
8. Классы функций интегрируемых по Риману .
9. Свойства интеграла Римана, выражаемые равенствами .
10. Свойства интеграла Римана, выражаемые неравенствами .
11. Теоремы о среднем.
12. Интеграл Римана как функция верхнего предела
13. Теоремы о существовании первообразной для непрерывных и кусочно-непрерывных функций
14. Теорема Ньютона-Лейбница
15. Формулы замены переменной и интегрирование по частям в интеграле Римана
16. Приближенные вычисления определенных интегралов
17. Несобственные интегралы 1 рода. Сходимость несобственных интегралов 1 рода.
18. Несобственные интегралы 2 рода. Сходимость несобственных интегралов 2 рода.
19. Вычисление площади плоской фигуры.
20. Площадь криволинейного сектора.
21. Длина дуги гладкой кривой.
22. Вычисление объема тела по площади параллельных сечений.
23. Объем тела вращения.
24. Площадь поверхности вращения.
25. Механическая работа, статистические моменты и моменты инерции.
26. Моменты плоских фигур, центр тяжести.
27. Функция двух переменных.
28. Линейные, евклидовы, нормированные и метрические пространства
29. Пространство  $R_n$  , его свойства.
30. Топология пространства  $R_n$  .
31. Связность метрического пространства.
32. Функция  $n$  переменных.
33. Предел функции нескольких переменных.
34. Повторные пределы.
35. Непрерывность функции нескольких переменных.
36. Равномерная непрерывность.
37. Частные производные и частные дифференциалы первого порядка.
38. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости функции нескольких переменных.
39. Производные и дифференциалы сложной функции нескольких переменных.
40. Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала.
41. Производная по направлению. Градиент.
42. Производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных.
43. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
44. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие существования экстремума функции нескольких переменных.
45. Достаточное условие существования экстремума функции нескольких переменных.
46. Неявные функции.

### 3 семестр.

1. Понятие числового ряда и его сходимости.
2. Критерий Коши сходимости числового ряда.
3. Необходимое условие сходимости ряда.

4. Свойства сходящихся рядов.
5. Знакопостоянный ряд и критерий его сходимости.
6. Достаточный признак сравнения рядов. Мажоранта и миноранта ряда.
7. Признак Даламбера сходимости ряда.
8. Радикальный и интегральный признаки сходимости ряда.
9. Понятие абсолютной и условной сходимости рядов
10. Ряд Лейбница и признак его сходимости.
11. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
12. Понятие функционального ряда и его области сходимости.
13. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
14. Функциональные свойства суммы ряда.
15. Почленное дифференцирование и интегрирование функционального ряда.
16. Теорема Абеля для степенных рядов. Радиус сходимости.
17. Разложение функции в ряд Маклорена.
18. Ряды Маклорена для основных элементарных функций.
19. Биномиальный ряд и его сходимость.
20. Область применения степенных рядов. Примеры.
21. Понятие тригонометрического ряда.
22. Коэффициенты ряда Фурье.
23. Основная теорема о разложении заданной функции в ряд Фурье.
24. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.
25. Разложение функции заданной на отрезке  $[0; \pi]$  в ряд Фурье по синусам и косинусам.
26. Ряд Фурье для функции, заданной на промежутке  $[0; l]$ .
27. Область применения рядов Фурье. Примеры.
28. Криволинейный интеграл 1 рода.
29. Криволинейный интеграл 2 рода.
30. Связь между криволинейными интегралами 1 и 2 рода.
31. Двойной интеграл.
32. Замена переменных в двойном интеграле.
33. Формула Грина.
34. Площадь поверхности и поверхностные интегралы.
35. Тройной интеграл.
36. Замена переменных в тройном интеграле.
37. Приложения кратных интегралов
38. Скаляры и векторы.
39. Скалярное и векторное поля.
40. Производная по заданному направлению. Градиент.
41. Поток вектора через поверхность.
42. Формула Остроградского.
43. Дивергенция.
44. Циркуляция вектора. Формула Стокса. Вихрь.

*8.6. Темы для написания курсовой работы:*

1. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.
2. Степенные ряды.
3. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
4. Ряд Тейлора и Маклорена.
5. Остаточный член ряда в форме Лагранжа и Пеано.
6. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд.
7. Приближенное вычисление интегралов с помощью рядов.
8. Приближенное вычисление функций.
9. Теорема Абеля.

10. Ряд Фурье. Вычисление сумм некоторого типа числовых рядов с помощью ряда Фурье.
11. Мажорантные функции.
12. Приближенное вычисление интегралов и функций с помощью разложения в ряды.
13. Разложение некоторых функций в ряд Маклорена с помощью дифференцирования и интегрирования степенного ряда.
14. Вычисление остаточных членов ряда.

#### *8.7 Формы контроля самостоятельной работы.*

Коллоквиумы, индивидуальные домашние задания, индивидуальные консультации по изучаемым темам, семинарские занятия, защита рефератов и курсовых работ, выступления на студенческих конференциях, включение вопросов для самостоятельного изучения в экзаменационные вопросы.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 230400.62 «Информационные системы и технологии».

Рабочая программа учебной дисциплины составлена специалистом по у-в работе \_\_\_\_\_ В.П. Дергалев

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа, протокол № от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20 г.

Заведующий кафедрой математического анализа \_\_\_\_\_ П.М. Лавров

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета протокол № от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20 г.

Председатель методической комиссии \_\_\_\_\_ З.А. Скрипко